

## **ДИНАМИЧЕН МОДЕЛ НА ПОКАЗАТЕЛЯ “БРОЙ КЛАСОНОСНИ СТЕБЛА” ПРИ ЗИМНА МЕКА ПШЕНИЦА**

**Емил Пенчев**

Добруджански земеделски институт, Генерал Тошево

### **Резюме**

*Пенчев, Е. 2007. Динамичен модел на показателя “брой класоносни стебла” при зимна мека пшеница*

Представен е динамичен модел на показателя “брой класоносни стебла” на  $m^2$ . Изследвани са група нови сортове създадени в ДЗИ – Генерал Тошево. Установен е комплексен параметър С зависещ от генетичния потенциал на сорта. Изследвана е зависимостта на проучвания показател от фиксирания параметър. Оценена е изследваната група сортове.

**Ключови думи:** Зимна мека пшеница – Брой класоносни стебла – Динамичен модел

### **Abstract**

*Penchev, E. 2007. Dynamic model of the index “number of productive spikes” in winter wheat*

This paper presents the dynamic model of the index “number of productive spikes” of winter wheat. A group of new cultivars of winter wheat developed in D.A.I. – General Toshevo was investigated. The complex parameter C was established which depended on the genetic potential of the cultivar. The dependency of the studied index on the fixed parameter was established. Evaluation on the studied group of cultivars was made.

**Key words:** Winter wheat – Number of productive spikes per square meter – Dynamic model

### **УВОД**

Продуктивността на посева е тясно свързан с потенциала на индивидуалното растение и броя класоносни стъбла от единица площ. Известно е, че с увеличаване броя на растенията и класоносните стебла на единица площ, намалява броя и теглото на зърното от един клас поради повишенната конкуренция за вода, минерално хранене и светлина, благоприятните условия за болести, полягане и др. В настоящето изследване е предложен динамичен модел за оценка на този показател и е оценен генетичния потенциал на нови сортове пшеница със стопанско значение.

### **МАТЕРИАЛ И МЕТОДИ**

Анализирани са данни от сортови опити със зимна мека пшеница, изведени в Добруджански земеделски институт. Изследвани са следните сортове: Свилена, Енола,

Албена, Тодора, Садово 1, Янтьр, Плиска, Карат, Мизия и Аглика по показателя “брой класоносни стебла на  $m^2$ ”.

Оценката математическия модел на експерименталните данни е извършена със статистическия пакет БИОСТАТ. Анализът е извършен с помощта на диференциални уравнения и програмния пакет Model Maker.

## РЕЗУЛТАТИ И ОБСЪЖДАНЕ

Анализът на опитните данни показва, че уравнението, описващо намаляването на продуктивността като динамичен процес има вида :

$$(1) \quad Y = Y_0 (1 - e^{-k(p-r)})^{-1}$$

където:  $p$  е площта за хранене на 1 растение,  $k$  и  $r$  са параметри описващи процеса, а  $Y_0$  е потенциалната продуктивност на растението от “безкрайно голяма” хранителна площ.

Понижаването на продуктивността ни дава възможност да въведем понятието степен на понижаване на продуктивността. Интегралното уравнение (1) съответства на ДУ (2):

$$(2) \quad dY/dP = k(y^2/Y_0 - y)$$

От уравнението (2) лесно може да се изведе израз за степента на понижаване на добива:

$$(3) \quad V = k Y_0 / 4$$

Ясно е, че скоростта е пропорционална на потенциалната продуктивност и тази пропорционалност зависи изцяло от параметъра  $k$ . Параметърът  $k$  не зависи от условията в които израства растението, а е израз на някое характеристично свойство на генотипа. Нарастването на този параметър води до интензивно изменение на продуктивността при единично променяне площта на хранене. Следователно, числената оценка на реакцията на растението при изменение площта на хранене ще бъде такава, каквато и оценката на неговата реакция на изменение степента на плодородност на почвата, т.е. параметърът  $k$  дава количествена оценка на интензивността на растението. Степента на интензивност се контролира от генотипа на растението.

За установяване на биологичното значение на параметъра  $r$  нека предположим, че потенциалната продуктивност на растението се получава при стойност на площта за хранене  $P_k$ , т.е. при тази площ добива  $Y_k$  се отличава от потенциалната  $Y_0$  само с никаква стойност, породена от грешката на измеренията. Получаваме:

$$(4) \quad Y_k = Y_0 - e$$

Заместваме в (1) с (4) и получаваме:

$$(5) \quad P_k = r + E/k$$

където:  $E$  е константа, определяща се от точността на измерването на продуктивността. Явно е, че величината  $r$  е пропорционална на площта  $P_k$ , която заема растението в условия, обезпечаващи проявата на неговата потенциална продуктивност. Тази площ обаче зависи от хабитуса на растението, което ни дава възможност параметъра  $r$  да наречем на формата на растението. Изследването на растението по двата параметъра е интересно само при тяхното обединяване в един комплексен динамичен параметър:

$$(6) \quad C = k.r$$

Изследването на параметъра  $C$  е интересно защото: *първо* произведението  $k.r$  е по-стабилна величина, *второ*  $k$  и  $r$  са в обратно пропорционална зависимост, *трето* много важни свойства на растенията и популациите се определят до голяма степен от параметъра  $C$ , отколкото от всеки от неговите компоненти. Ще покажем, че параметърът  $C$  се определя от генотипа и не зависи от условията в които той се развива. Нека въведем променливата  $Z = Y_0 - Y$ . Тогава е в сила:

$$(7) \quad Y = a_1 Z + a_2$$

Кофициентът  $a_1$  си остава константен, независимо в какви условия на хранене и осветеност се отглеждат растенията.

Да намерим израз за параметъра  $a_1$ . Нека разделим (7) на  $Z$ . Получаваме:

$$Y/Z = a_1 + a_2/Z.$$

При  $Z$  клонящо към безкрайност получаваме  $a_1=Y/Z$ . Обаче:

$$Z=Y_0ae^{-kp} M_p(1+ae^{-kp})^{-1}$$

Оттук следва, че условието  $Z$  клони към безкрайност е еквивалентно на условието  $p \rightarrow 0$ . Отчитайки този факт получаваме:

$$(8) \quad a_1 = 1/a = 1/e^{kp} = 1/e^C$$

Ясно е, че параметърът  $a_1$  зависи само от значенията на  $C$  и, понеже, не зависи от условията на растежа на растенията, то става ясно, че и параметърът  $C$  е генетически обусловен.

Установихме моделите описващи продуктивността на растителните популации, биологическото значение на изследваните динамични и статистически параметри. Нека да направим анализ на тези уравнения и да видим каква е точно връзката между тези параметри с продуктивността.

За да получим нагледно и удобно за анализ уравнение на продуктивността ще приведем (1) във вида:

$$Y = Y_{0,i} Z(p)M$$

Където:  $Y_{0,i} = Y_0/P_k$  а  $Z(p)=p(1 + e^{-(C+3)(p+2)})^{-1}$ . Характерът на изменението на продуктивността на популацията се определя от функцията  $Z(p)$ , понеже  $Y_k$  не зависи от  $p$ . Ясно е, че изменението на продуктивността зависи съществено от величината  $C$ . При  $C < 2$  е налице непрекъснато увеличение на продуктивността, а при  $C > 2$  се установява вълнообразен характер на това изменение.

Постепенното намаляване площта на хранене на отделното растение увеличава продуктивността на популацията и след достигане на оптималното значение се наблюдава колебание – известен спад и вторично увеличаване. Ефектът на вторично увеличаване на продуктивността при намаляване площта на хранене е установяван и от практиката. Особено важен е обаче анализът на първия локален максимум на продуктивността. Площта на хранене съответствуваща на него ще означим с  $p_0$  и ще наричаме оптимална.

Наблюдава се различен характер на изменение на продуктивността в оптималната област  $P$ , той зависи от численото значение на  $C$ . Ако значението на  $C \rightarrow 2$ , то кривата  $Z(p)$  има в областта  $p_0$  малък кофициент на кривина (полегата), откъдето следва извода, че даже значителни отклонения на площта от  $p_0$  не водят към съществено изменение продуктивността на популацията. Увеличаването на  $C$  обаче води до нарастване на радиуса на кривината на кривата  $Z(p)$ . В този случай популацията интензивно снижава продуктивността даже при незначителни отклонения на площта на хранене  $p_0$ . Тук фокусира в себе си вниманието една много важна особеност. Колкото е по-голямо  $C$ , а площта на хранене  $p$  се приближава към  $p_0$ , води към различно по величина изменение на продуктивността. Например при  $C=2$  и  $p \rightarrow p_0$  се очаква повишение на продуктивността с 32%, а ако  $C=8$  само 2%. Всичко това води до извода, че комплексният параметър  $C$  отразява важни генетически свойства на растителната популация.

За практиката е твърде важен въпроса за оптималната площ на хранене на растенията. Решението му предоставя възможността да се създадат условия в които популацията развива максимална продуктивност. Математическият анализ на уравнението (1) дава възможност за общо решение на въпроса. Намира се производната  $dY/dP$ , приравнява се към нула и се решава относно неизвестното  $p_0$ . Получава се:

$$(9) \quad kp_0 - 1 = a \cdot e^{kp_0}$$

което е удобно да се реши относно  $kp_0$ . Знам, че  $a=e^C$ . Анализът на уравнението (9) показва, че при  $a < 7.4$  ( $C < 2$ ) това уравнение няма решение. Уравнението има едно

решение при  $a = 7.4$  и при  $a > 7.4$ , то притежава две решения. Ясно е, че задачата за оптимална площ на хранене има решение само за популяции, съставени от растения с числено значение на  $C$  по-голямо или равно на две.

Ето някои от решенията при този случай:

$a$	7.4	10	20	40	60	80	100	150	200
$kp_0$	2.1	3.0	4.2	5.1	5.7	6.0	6.3	6.8	7.1

Тук са дадени решенията за максимума при различните стойности на параметъра  $a$ . За аналитичните изследвания, обаче, е необходимо да се намери приближена формула за  $p_0$ , която е:

$$(10) \quad p_0 = 2a^{1/4}(k - 2e^{C/4})k .$$

Формулата (10) дава отклонения при  $C \rightarrow 2$ . По този начин въведените параметри позволяват да се прогнозира оптималната плътност на посевите. Проведения анализ показва, че най-малка оптимална площ на хранене имат растения при които  $C \rightarrow 4$ , т.e.  $k.r=4$ . Високопродуктивното растение не винаги е източник на високопродуктивна популация. Нека:

$$F(C) = 0.1(17 - C)$$

Тогава  $Y_{0,i} = 0.1 Y_{0,i}(17 - C)$ . От тук може да се направи извода, че продуктивността на популацията зависи от  $C$ , а не само от потенциалната продуктивност. Максимална популационна продуктивност ще имат растения с максимално значение на произведението:

$$Y_{0,i} (17 - C) .$$

Ясно е, че високо потенциалните продуктивни качества на растението не са достатъчно условие за високопродуктивна популация.

Нека изследваме влиянието на редица фактори които водят до загиването на част от растенията в ранен стадий от тяхното развитие и как това влияе на продуктивността. Изборът на площ за хранене, оптимална за продуктивността на дадена популация, води до това, че растението се проявява с някаква продуктивност  $Y_m$ , по-малка от потенциалната продуктивност  $Y_0$ , т.e. растението проявява запас за продуктивност  $dY=Y_0 - Y_m$ . При гибелта на част от растенията площта за хранене на 1 растение се увеличава и този запас може да бъде реализиран. Величината  $dY$  зависи от отношението  $p_0/p_m$ , което от своя страна зависи от параметъра  $C$ :

$$(11) \quad p_0/p_m = 1 - e^{-0.4C}$$

Следва изводът, че колкото по-голям е параметъра  $C$ , толкова е по-малък запасът от продуктивността на растението. Продуктивността на растението при площ за хранене  $p_0$  има вида:

$$Y_m = Y_0 (1 - ae^{-kp_0})$$

Като заместим  $p_0$  от (11) получаваме:

$$(12) \quad dY_1 = a \exp(2a^{1/4})$$

а  $dY_1 = dY/Y_0$ , т.e. отношението на запаса на продуктивност към потенциалната продуктивност. Величината  $dY_1$  зависи само от параметъра  $C$ . В частност при растения с минимална площ на хранене  $p_0$  ( $C=4$ ) получаваме  $dY_1 = 0.25$ . При растенията с ниски стойности на  $C$ ,  $dY_1$  е още по-голямо.

Интензивността на снижаване на продуктивността при частично загиване на растенията е равна на производната  $dY_1/dp_1$ . От уравнението на продуктивността получаваме:

$$(13) \quad dY_1/dp_1 = dy_1/dp_1 - 1 = a_y$$

Ако  $dy_1/dp_1 = 0$  (отсъства запас на продуктивност), то получаваме  $dY_1/dp_1 = -1$  и при увеличение площта на хранене продуктивността на популацията се намалява обратно пропорционално. В реалността величината  $dy_1/dp_1$  е различна от 0. За да получим зависимостта ще диференцираме (1) в точката  $p = p_0$  и се получава:

$$(14) \quad dY_1/dp_1 = 2a^{3/2} \cdot [a + \exp(2a^{1/4})]^{-1}$$

Уравнението (14) показва много важна закономерност – интензивността на

изменението на продуктивността на растението и на популацията зависи от параметъра **C** и се явява генетически обусловено свойство, независещо от условията на израстване. Графическото изследване на зависимостта показва, че ако **C** се изменя в интервала (3;5), интензивността на изменение на продуктивността практически е равна на nulla, т.е. умереното намаляване гъстотата на посева не води до намаляване на продуктивността ѝ. Популяции, съставени от числени значения на **C** по-големи или равни на 7, даже при най-малкото разреждане на посева, чувствително намаляват продуктивността си. Да напомним, че при големи стойности на **C** преобладават растения от интензивен тип.

В какъв интервал да се променят въведените параметри за да получим модела на растението източник на високопродуктивна популация? В общия случай численото значение на продуктивността на популацията може да се представи като сума на две величини: продуктивност в условията на оптимална площ на хранене  $p_0$  и нарастващ на продуктивността  $dY$ , обусловено от отклоненията на реалната площ от оптималната, т.е.:

$$(15) \quad Y_m = Y_0 - dY$$

Оптимална е популацията с максимално  $Y_m$ . Нека изследваме какви параметри трябва да притежават растенията на високопродуктивната популация. Преобразуваме (15) във вида:

$$(16) \quad Y_m = Y_0 (1 + a_y dP_1)$$

При благоприятни условия на израстване  $dP_1 = 0$  и от (16) получаваме:

$$(17) \quad Y_m = Y_0 = y_0 \cdot k \cdot (2 \cdot e^{1/4C})^{-1}$$

Растенията с максимална стойност  $Y_m$  трябва да имат **C=4** – тези растения имат минимално значение на оптималната площ  $p_0$ . От всичките растения със **C = 4** трябва да бъдат предпочетени тези с по-голяма стойност на **k**, понеже съгласно (17) продуктивността е пропорционална на **k**. Следователно, при благоприятни условия на растеж източник на високопродуктивна популация се явяват растения от интензивен тип и с числено значение на комплексния параметър **C—>4**.

При неблагоприятни условия на растеж  $dP_1$  е различно от 0, затова оптималност се получава при растение, с висока потенциална продуктивност и ниско значение на  $a_y$  така, че като краен продукт величината  $Y_m$  се понижава. Следователно, в този случай са най-подходящи растения от полуинтензивен тип с умерени стойности на **k** и **C=4**.

**Таблица 1.** Оценка на параметрите **C** и **k**, характеризиращи генетичния потенциал на групата изследвани сортове

Сорт	<b>C</b>	<b>k</b>	Опт. посевна норма, к.с./m <sup>2</sup>
Свилена	5.5	3.6	530-550
Карат	5.1	2.7	500-530
Плиска	4.7	2.9	480-500
Енола	3.8	4.2	400-450
Садово 1	4.3	3.9	450-470
Аглика	3.6	3.1	430-450
Тодора	5.6	3.7	540-570
Албена	5.8	2.5	540-570
Мизия	3.5	2.9	440-470
Янтар	3.3	2.5	410-460

Съгласно направените оценки на сортовете в табл. 1, сортовете, при които стойностите на параметъра **C**, характеризиращ генетичния потенциал, са по-големи от 4, могат да бъдат характеризирани като интензивни. В тази група се класират сортовете: Свилена, Садово 1, Плиска и Албена. Съгласно направените по-горе изводи при тях са допустими по-високи сеитбени норми, които водят до повишаване

**Динамичен модел на показателя “брой класоносни стебла” при зимна мека пшеница**

---

на продуктивността им . При останалите сортове параметърът С се изменя в интервала (3,4), факт, който ги характеризира като полуинтензивни. В този случай, съгласно направените по-горе изводи, и при по -ниски селебени норми не се очаква чувствително снижение на продуктивността.

### **ИЗВОДИ**

Параметърът **C** е генетически определен, не се влияе от условията при които генотипа се развива и отразява важни свойства на генетическата популация.

Сортовете с параметър  $C > 4$  са източник на високопродуктивна популация и са от интензивен тип. Ако параметърът **C** се намира в интервала (3,5) увеличаването на посевната норма не води до чувствително увеличаване на добива.

Високо интензивни от изследваната група сортове са сортовете Свилена, Карат, Тодора и Албена.

### **ЛИТЕРАТУРА**

- Генчев, Г., Е. Маринков, В. Йовчева, А. Огнянова 1975.** Биометрични методи в растениевъдството, генетиката и селекцията, С., Земиздат.
- Димова , Р. 1980.** Братенето като фактор за формиране продуктивността от зимните житни растения, София.
- Сендов, Б., В. Попов. 1974.** Числени методи. София.
- Тагамлицики, Я. 1976.** Диференциално и интегрално смятане. С.
- Bleasdale, J.K.A. and J.A. Nelder, 1960.** Plant population and crop yield, *Nature*, London 188, 342.
- France, J., J.H.M. Thornley and D.E. Beever, 1982.** A mathematical model of the rumen. *Journal of Agricultural Science*, Cambridge, 99, 343-353.

Статията е представена по време на дискусия на тема: “Проблеми, постижения и перспективи в селекцията по сухоустойчивост и студоустойчивост при ечемика”, 5 юни 2007 г., Институт по земеделие – Карнобат